



BeVorStudium  
Modul Mathematik I

*Übungsaufgaben*

2017



Stephan Bach

OTH mind -  
BMBF Verbundprojekt

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zahlen und Rechenoperationen</b>	<b>3</b>
1.1	Mengen . . . . .	3
1.2	Zahlenbereiche und Rechengesetze . . . . .	3
1.3	Brüche . . . . .	4
1.4	Potenzen und Wurzeln . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Terme umformen</b>	<b>6</b>
2.1	Grundlagen . . . . .	6
2.2	Ausmultiplizieren und Faktorisieren . . . . .	6
2.3	Bruchterme . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Gleichungen</b>	<b>7</b>
3.1	Lineare Gleichungen . . . . .	7
3.2	Verhältnisgleichungen und einfache nichtlineare Gleichungen . . . . .	8
3.3	Ungleichungen . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Anwendungen</b>	<b>9</b>
4.1	Proportionalität und Dreisatz . . . . .	9
4.2	Prozente und Zinsen . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Geometrie in der Ebene</b>	<b>10</b>
5.1	Ähnlichkeit . . . . .	10
5.2	Dreiecke . . . . .	11
5.3	Vierecke . . . . .	11
5.4	Kreise . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Geometrie im Raum</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>14</b>
7.1	Lineare Gleichungssysteme lösen . . . . .	14
7.2	Anwendungsaufgaben . . . . .	14
<b>8</b>	<b>Funktionen</b>	<b>15</b>
8.1	Koordinatensysteme . . . . .	15
8.2	Lineare Funktionen . . . . .	16
8.3	Quadratische Funktionen . . . . .	18

# 1 Zahlen und Rechenoperationen

## 1.1 Mengen

**1.1.1** Es seien  $M_1 = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $M_2 = \{f, g, h\}$  und  $M_3 = \{a, c, e, g, i\}$ . Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Darstellung an.

a)  $M_1 \setminus M_2$

c)  $M_1 \cap M_2 \cap M_3$

b)  $M_1 \cup M_3$

d)  $M_1 \cup M_2 \cup M_3$

**1.1.2** Geben Sie die folgenden Mengen in beschreibender Darstellung an.

a)  $M_1 = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

c)  $M_3 = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$

b)  $M_2 = \{-5, -4, \dots, 4, 5\}$

d)  $M_4 = \{1, 4, 7, 10, \dots\}$

**1.1.3** Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Darstellung an.

a)  $M_1 = \{k^2 | k \in \mathbb{Z} \text{ und } |k| < 4\}$

b)  $M_2 = \{z | z \in \mathbb{Z} \text{ und } z \notin \mathbb{N}\}$

## 1.2 Zahlenbereiche und Rechengesetze

**1.2.1** Berechnen Sie.

a)  $(-10) - (-10)$

d)  $-4 - (3 - (2 - 1))$

b)  $(-2) \cdot (-2 - 2)$

e)  $-1,1 + 0,01$

c)  $2 \cdot (-6) - 3 \cdot (-4)$

f)  $0,5 + (-0,55) + 0,555 + (-0,5555)$

**1.2.2** Lösen Sie die Klammern auf.

a)  $-(a - b + c)$

c)  $-[z + (5 - (x - 5))]$

b)  $-[3 - (4 + b)]$

d)  $-[-(3 + x - 3(-x)) - 2]$

**1.2.3** Multiplizieren Sie aus und fassen Sie gegebenenfalls zusammen.

a)  $(x + 4y) \cdot 3$

c)  $(3a - 3) \cdot 3 - 2(2 + 2a)$

b)  $7(a + b) - 5(a - b)$

d)  $(a - b + c)(a + b - c)$

**1.2.4** Vereinfachen Sie die Ausdrücke so weit wie möglich.

a)  $|10 - 5 \cdot (-2)| - |-10 + 5(-3)|$

c)  $|6a - 3(1 + 2a)| - 3$

b)  $|(a - 1)^2| + (1 - a)^2$

d)  $|x - y| - |y - x|$

## 1.3 Brüche

**1.3.1** Vergleichen Sie die folgenden Ausdrücke.

a)  $\frac{2}{7} \dots \frac{3}{8}$

d)  $\frac{7}{12} \dots 0,61$

b)  $\frac{5}{9} \dots \frac{11}{21}$

e)  $\frac{16}{26} \dots -\frac{56}{91}$

c)  $\frac{9}{14} \dots \frac{31}{49}$

f)  $-1,1 \dots -\frac{12}{11}$

**1.3.2** Berechnen Sie.

a)  $\frac{3}{7} - \frac{5}{7}$

d)  $\frac{2}{75} + \frac{1}{45}$

b)  $\frac{20}{9} - \frac{34}{18}$

e)  $\frac{a+1}{2a+5} + \frac{a+4}{2a+5}$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

f)  $\frac{4a}{7} + \frac{3a}{3} - \frac{3a}{14}$

**1.3.3** Berechnen Sie.

a)  $\frac{8}{3} \div 4$

e)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$

b)  $10 \cdot \frac{2}{5}$

f)  $\frac{5}{12} : \frac{15}{16}$

c)  $\frac{7}{11} \cdot \frac{11}{7}$

g)  $\frac{ab}{2c} \cdot \frac{2bc}{a}$

d)  $\frac{20}{21} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{7}{15}$

h)  $\frac{\frac{5ab}{24}}{\frac{15b^2}{12a}}$

## 1.4 Potenzen und Wurzeln

1.4.1 Berechnen Sie.

a)  $\frac{16^2}{32}$

h)  $\sqrt{2^8}$

b)  $(-3)^4$

i)  $\sqrt[3]{\frac{32}{500}}$

c)  $\sqrt{\frac{18}{98}}$

j)  $\sqrt[4]{12^8}$

d)  $(\frac{1}{10})^{-3}$

k)  $4^{-10} \cdot 16^2 \cdot 2^{-5} \cdot 32^3$

e)  $5^{-4} \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{5^{-3}}$

l)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

f)  $\sqrt[3]{125}$

m)  $((-2)^{-2})^{-2}$

g)  $\sqrt{9^3}$

n)  $2^{((-1/2)^{-3})}$

1.4.2 Rechnen Sie jeweils in die andere Maßeinheit um. Verwenden Sie Zehnerpotenzen für die Angabe der Lösung.

a)  $0,02 \text{ TB} = \dots \text{ MB}$

d)  $3500 \cdot 10^7 \text{ cm}^2 \dots \text{ km}^2$

b)  $120 \text{ MHz} = \dots \text{ GHz}$

e)  $10^{13} \text{ mm}^3 = \dots \text{ m}^3$

c)  $0,7 \cdot 10^{12} \text{ nm} = \dots \text{ mm}$

f)  $10^2 \text{ mg/cm}^3 = \dots \text{ t/m}^3$

1.4.3 Vereinfachen Sie die Terme soweit wie möglich.

a)  $a^2 \cdot 2a^3 \cdot \frac{1}{4}a^{-1}$

e)  $\sqrt[3]{\frac{2a^5b}{4a^2 \cdot 4b^7}}$

b)  $(2ab^2c^3)^2$

f)  $\frac{x+\frac{1}{2}}{\sqrt{2x+1}}$

c)  $(-x)^2 \cdot (-x^2)$

d)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^3}$

g)  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$

## 2 Terme umformen

### 2.1 Grundlagen

2.1.1 Vereinfachen Sie die Terme soweit wie möglich.

a)  $3x^2 + 5x - 7x^2 + 3x - 5$

c)  $5a - 6(a + b) + 5b - 2 \cdot (3 - a)$

b)  $15x + 5xy - 5z - 10x + 15xy + 9z$

d)  $3a(a - b) + 5(a^2 + b^2) - 3b(2a + b)$

2.1.2 Vereinfachen Sie die Terme soweit wie möglich.

a)  $5^2x^{-1}y^3 \cdot 5^{-2}x^2y^{-2}$

c)  $\frac{4c^9 \cdot (3c)^4}{(6c^2)^3}$

b)  $\frac{a^2b^{-3}}{a^{-2}b^2}$

d)  $\frac{a^3b^2}{3} \cdot \frac{a^n b^m}{a^{3+n} b^{m+2}}$

### 2.2 Ausmultiplizieren und Faktorisieren

2.2.1 Multiplizieren Sie aus und fassen Sie gegebenenfalls zusammen.

a)  $(3x + y)(x - 5y)$

c)  $(2a - b + 3c)(a + 2b - c)$

b)  $(a + b)(c - d) - (a + b)(c + d)$

d)  $2a^2(a + 2b) - 3b(2a^2 + b)$

2.2.2 Multiplizieren Sie die Terme aus, indem Sie die binomischen Formeln anwenden.  
Versuchen Sie effektive Lösungswege zu finden.

a)  $(3a - 4b)^2$

f)  $(2\sqrt{a} - \sqrt{3b})(2\sqrt{a} + \sqrt{3b})$

b)  $(5x + 3)(5x - 3)$

g)  $(x - 1)^3$

c)  $(9x + 3)^2$

h)  $(2x + 3z + 1)^2$

d)  $(\sqrt{8} + \sqrt{2} \cdot z)^2$

i)  $(3x + 2)^2(3x - 2)^2$

e)  $(2y - 3)^2 - (2y + 3)^2$

j)  $(\sqrt{x + y} - \sqrt{y - z})(\sqrt{x + y} + \sqrt{y - z})$

2.2.3 Stellen Sie die folgenden Terme als Produkte dar.

a)  $a^2 + 14a + 49$

f)  $a(a + b) + b(a + b)$

b)  $9b^2 - 30b + 25$

g)  $x^2 + z(x - 2) - 4$

c)  $a^2 + 3a + 2$

h)  $(x + 1)(x + 2) + (x + 1)^2 - 2(x^2 - 1)$

d)  $12a^2 - 36a + 27$

i)  $x^2 - xy - 6y^2$

e)  $25y^2 - 9z^2$

j)  $(x^2 + x + 1) - (y^2 + y + 1)$

## 2.3 Bruchterme

**2.3.1** Kürzen Sie die folgenden Brüche. Geben Sie gegebenenfalls an, für welche Werte der Variablen der Bruchterm nicht definiert ist.

a)  $\frac{6a^2+5a}{4ab+3a}$

d)  $\frac{((x^2+2x+1)(x-1)^2)^3}{(x^2-1)^6}$

b)  $\frac{4x^2+4xy+y^2}{6x+3y}$

e)  $\frac{(a-b)^2}{(a^2-b^2)^2}$

c)  $\frac{54a^2-36ab+6b^2}{6a-2b}$

f)  $\frac{x^2+6x+5}{x^3+3x^2+3x+1}$

**2.3.2** Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit wie möglich. Geben Sie gegebenenfalls an, für welche Werte der Variablen der Bruchterm nicht definiert ist.

a)  $\frac{8a+25}{a+4} + \frac{(2a-6)(a+3)}{2a+8}$

c)  $\frac{\frac{a}{a+1} - \frac{b}{b+1}}{\frac{a-b}{a+b}}$

b)  $\frac{3mp^2}{5n} \cdot \frac{30}{m^2} : \frac{9p}{n^2} - \frac{pn}{m}$

d)  $\frac{2}{x+1} + \frac{2x+1}{2x^2+4x+2} - \frac{3x-2}{x^2-1}$

## 3 Gleichungen

### 3.1 Lineare Gleichungen

**3.1.1** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichungen.

a)  $2x + 3 = 5x - 3$

b)  $3(x - 2) = 2x - 3$

c)  $3(x - 5) = 2(2x - 3) - 4$

d)  $3(x + 2) - 5(1 - 2x) - 1 = 0$

e)  $-7(x + 1) + 11 = 3(1 - 2x) - (x - 1)$

f)  $5(2x + 3) - 3(x - 1) = 3(4x - 1) - 2(x - 9)$

g)  $1 - 2(x + 2) = (4 + x) - 3(x + 2)$

h)  $3x + 5(x + 2) = 12 + 4x$

**3.1.2** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichungen.

a)  $\frac{2}{3}x - 20 = \frac{2}{5}x - 18$

c)  $3 - \frac{8x-11}{12} = \frac{2x-3}{4}$

b)  $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x = \frac{3}{5}x - \frac{5}{3}$

d)  $\frac{x+4}{14} + \frac{2x-8}{12} = 2$

**3.1.3** Bestimmen Sie jeweils die gesuchte Zahl durch Aufstellen und Lösen einer Gleichung.

- a) Addiert man drei aufeinanderfolgende Zahlen, so erhält man 81. Wie groß ist die kleinste der drei Zahlen?
- b) Addiert man drei aufeinanderfolgende ungerade Zahlen, so erhält man 195. Wie groß ist die kleinste der drei Zahlen?
- c) Multipliziert man den Nachfolger und den Vorgänger einer natürlichen Zahl, so erhält man 168. Wie heißt die Zahl?
- d) Addiert man 6 zum Dreifachen einer ganzen Zahl, so erhält man das Vierfache der um 3 größeren Zahl. Wie heißt die Zahl?
- e) Der siebte Teil einer rationalen Zahl ist um 2 größer als der elfte Teil der Zahl. Wie heißt die Zahl?

## 3.2 Verhältnisgleichungen und einfache nichtlineare Gleichungen

**3.2.1** Stellen Sie den Zusammenhang jeweils nach den angegebenen Variablen um. (Alle auftretenden Variablen seien positiv.)

- a)  $R = \frac{U}{I}$  nach  $U$  und nach  $I$
- b)  $x = \frac{a}{2}t^2$  nach  $a$
- c)  $P = \frac{U^2}{R}$  nach  $R$
- d)  $V = \pi r^2 h$  nach  $r$
- e)  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$  nach  $R_2$
- f)  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u + m_2 u$  nach  $u$

**3.2.2** Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der Gleichung mit einer elementaren Methode (also z.B. nicht mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen).

- a)  $(x + 1)(2x - 1) = (5 - 2x)(x + 1)$
- b)  $9x^2 + 6x + 1 = 3(3x + 1)$
- c)  $\sqrt{x^2 + 17} = 9$
- d)  $3x^2 + 2x = 2(x^2 - 3x)$
- e)  $\sqrt{x + 5} = 2$
- f)  $x(3x + 2)(5 - 6x) = 0$
- g)  $(2x + 3)^2 = (x + 5)^2$
- h)  $(x^2 - 1)(5x + 2) = (x^2 - 1)(x + 1)$



### 3.3 Ungleichungen

Bestimmen Sie für die folgenden Ungleichungen jeweils die Lösungsmenge.

a)  $2x + 5 > 2x + 3$

d)  $3(2x + 2) \geq 2(4 + 3x)$

b)  $4x \leq 5x$

e)  $\frac{2}{x} < 5$

c)  $2(x - 3) \leq 3(x - 3) - 2(x - 1)$

f)  $\frac{x+1}{x+3} > 3$

## 4 Anwendungen

### 4.1 Proportionalität und Dreisatz

Lösen Sie jeweils durch Aufstellen einer Produkt- bzw. Verhältnisgleichung.

a) Ein PKW mit einer Masse von 1200 kg erreicht eine maximale Beschleunigung von  $3,2 \text{ m/s}^2$ . Wie stark beschleunigt ein identisch motorisierter Wagen mit einer Masse von 1500 kg?

b) Ein DIN A4-Blatt hat eine Länge von 297 mm und eine Breite von 210 mm. Wie breit muss ein 88 mm langes Blatt Papier sein, damit es DIN-Format hat?

c) Ein abgeschlossenes Gas nimmt bei einer absoluten Temperatur von 300 K und unter einem Druck von 1,2 bar ein Volumen von 75 l ein.

Wie groß muss die Temperatur sein, damit das Gas unter einem Druck von 1,5 bar ein Volumen von 65 l einnimmt?

d) Von 5 Maschinen werden in 12 Stunden 8000 Bauteile gefertigt. Wie viele Maschinen gleicher Leistung sind nötig, um in 15 Stunden 18000 Bauteile zu fertigen?

e) Bei einem Auto, welches mit hoher (und konstanter) Geschwindigkeit fährt, wird die Motorleistung in erster Linie zur Kompensation des Luftwiderstands benötigt. Die Leistung ist dann proportional zur Frontfläche  $A$  und zur dritten Potenz der Geschwindigkeit  $v$ .

Ein Kleinwagen habe bei einer maximalen Leistung von 55 kW eine Höchstgeschwindigkeit von 155 km/h. Welche Geschwindigkeit erreicht ein Geländewagen mit einer Leistung von 225 kW und einer um 55 % größeren Frontfläche?

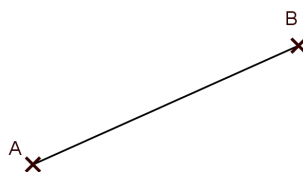
## 4.2 Prozente und Zinsen

- a) Ein Unternehmen steigert seinen Umsatz im 1. Halbjahr eines Jahres im Vergleich zum Vorjahreszeitraum um 13% auf 5,2 Mrd. Euro. Wie groß war der Umsatz im 1. Halbjahr des Vorjahres? Welche Wachstumsrate ist nötig, wenn im ersten Halbjahr des Folgejahres die 6 Mrd. Euro-Grenze überschritten werden soll?
- b) Eine Bakterienkultur entwickelt sich mit einer konstanten täglichen Zuwachsrate. Nach 10 Tagen hat sich die Zahl der Bakterien verdoppelt. Wie hoch ist der prozentuale tägliche Zuwachs (im Vergleich zum Vortag)?
- c) Ein bestimmter Geldbetrag wird langfristig angelegt. Am Ende eines jeden Jahres sollen 2% des Kapitals entnommen werden. Welcher Zinssatz ist nötig, damit dennoch eine jährliche Wertsteigerung von 1,5% erreicht wird?
- d) Ein Betrag von 10 000 Euro verbleibt für mehrere Jahre auf einem Tagesgeldkonto. Der jährliche Zinssatz beträgt 0,6%, die Zinsen werden halbjährlich gutgeschrieben. Bestimmen Sie die Höhe des Guthabens nach 10 Jahren.

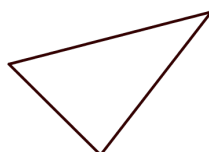
## 5 Geometrie in der Ebene

### 5.1 Ähnlichkeit

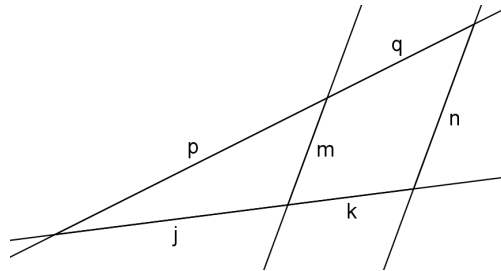
- a) Teilen Sie die Strecke AB nur durch Verwendung von Zirkel und Lineal im Verhältnis 4:3.



- b) Vergrößern Sie die abgebildete Figur durch zentrische Streckung um den Faktor  $\sqrt{2}$ . Lösen Sie die Aufgabe nur unter Verwendung von Zirkel und Lineal.



- c) In der abgebildeten nicht maßstäblichen Strahlensatzfigur sei  $m = 5,5$ ,  $n = 7,5$ ,  $k = 2,4$  und  $p = 8,25$ . Bestimmen Sie  $j$  und  $q$ .



- d) Ein Turm wirft einen 12,20 m langen Schatten. Wie hoch ist der Turm, wenn eine 1,80 m große Person zum gleichen Zeitpunkt einen 1,10 m langen Schatten wirft?

## 5.2 Dreiecke

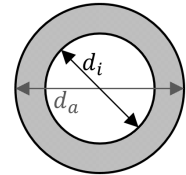
- a) Ein gleichschenkliges Dreieck hat bei einer Höhe von 4 cm einen Flächeninhalt von  $7 \text{ cm}^2$ . Berechnen Sie die Schenkellänge.
- b) Ein gleichseitiges Dreieck hat einen Flächeninhalt von  $5,6 \text{ cm}^2$ . Bestimmen Sie die Seitenlänge.
- c) Welche Kantenlänge hat eine Sechskantschraube, die sich mit einem 13 mm-Maulschlüssel öffnen lässt?
- d) Ein Computerbildschirm mit dem Bildformat 16:9 hat eine Bildschirmdiagonale von 27 Zoll (68,58 cm). Bestimmen Sie Länge und Breite des Bildschirms.
- e) Eine 12,5 m hohe Kiefer bricht bei Sturm einige Meter über dem Boden. 7,5 m vom Fußpunkt entfernt berührt die Spitze den Boden. In welcher Höhe liegt der Bruch?

## 5.3 Vierecke

- a) Aus einem 2 m langen Draht soll ein Rechteck geformt werden, bei dem die eine Seite 12 cm länger als die andere ist. Bestimmen Sie die Seitenlängen des Rechtecks.
- b) Die Diagonalen eines Rhombus haben die Längen 6 cm und 8 cm. Bestimmen Sie seine Höhe.
- c) Ein gleichschenkliges Trapez hat einen Flächeninhalt von  $17,5 \text{ cm}^2$  und eine Höhe von 3,5 cm. Seine Schenkel sind 3,7 cm lang. Bestimmen Sie die Längen der parallelen Seiten.
- d) Ein Rechteck hat einen Flächeninhalt von  $36 \text{ cm}^2$  und eine Diagonale der Länge 10 cm. Bestimmen Sie seine Seitenlängen.

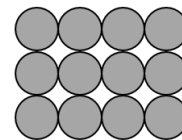
## 5.4 Kreise

- a) Drücken Sie den Umfang eines Kreises durch seinen Flächeninhalt aus.
- b) Die Flächeninhalte zweier Kreise verhalten sich wie 3:2. Bestimmen Sie das Verhältnis ihrer Umfänge.
- c) Ein Kreisring hat bei einem Innendurchmesser von 3,2 cm einen Flächeninhalt von  $15,6 \text{ cm}^2$ .  
Bestimmen Sie den Außendurchmesser.

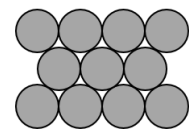


- d) Die Umfänge der beiden Kreise eines Kreisrings unterscheiden sich um 2,2 cm. Bestimmen Sie die Dicke des Rings. (Lösung: 3,5 mm)
- e) In eine zylindrische Bohrung mit einem Durchmesser von 12 mm soll ein Dreieckstahl mit gleichseitigem Querschnitt eingelassen werden. Berechnen Sie (formal und numerisch) dessen Grundkantenlänge  $a$ .
- f) In einem zylindrischen Rohr sollen stündlich  $1600 \text{ m}^3$  Wasser transportiert werden. Wie groß muss der Rohrdurchmesser mindestens sein, damit die Fließgeschwindigkeit nicht über  $0,7 \text{ m/s}$  steigt?

- g) Eine Fläche soll einmal wie in Variante 1 und einmal wie in Variante 2 mit kreisförmigen Platten belegt werden. Bestimmen Sie das Verhältnis der jeweils benötigten Plattenanzahl.

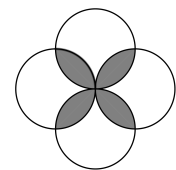


Variante 1



Variante 2

- h) Ein Muster setzt sich wie abgebildet aus 4 Kreisen mit einem Durchmesser von 10 cm zusammen. Bestimmen Sie den gesamten Flächeninhalt der grauen Teilflächen.

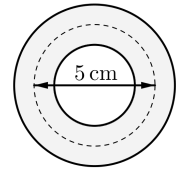


## 6 Geometrie im Raum

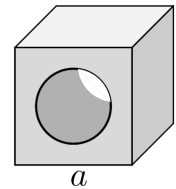
- a) Eine quaderförmige Schachtel hat eine Länge von 50 cm, eine Breite von 40 cm und eine Höhe von 30 cm. Passt ein 70 cm langer, dünner Stab in die Schachtel?
- b) Ein 50 m langer Kupferdraht hat eine Masse von 126 g. Bestimmen Sie den Durchmesser des Drahtes. (Kupfer hat eine Dichte von  $8,9 \text{ g/cm}^3$ )
- c) Bestimmen Sie den Radius einer Kugel mit einem Volumen von 11.
- d) Um wie viel Prozent verändert sich das Volumen einer Kugel, wenn man ihren Radius um 10 % erhöht?

e) Die Volumina zweier Kugeln stehen im Verhältnis 5:4. Wie verhalten sich ihre Oberflächen?

f) Ein Hohlzylinder aus Stahl ( $l = 30 \text{ cm}$ ,  $\rho = 7,9 \text{ g/cm}^3$ ) hat bei einem mittleren Durchmesser von 5 cm eine Masse von 5,2 kg. Bestimmen Sie die Wandstärke.



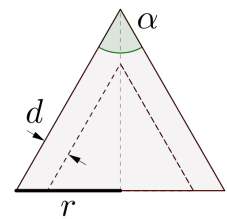
g) In einen Würfel mit der Kantenlänge  $a = 10 \text{ cm}$  wird wie abgebildet eine zylindrische Öffnung gebohrt. Wie groß muss der Durchmesser der Bohrung sein, damit das Volumen des Körpers auf diese Weise halbiert wird?



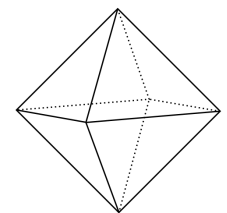
Wie groß muss der Durchmesser der Bohrung sein, damit sich die Oberfläche des Körpers auf diese Weise um ein Sechstel erhöht?

h) Ein Tischtennisball hat einen Durchmesser von 40 mm und eine Masse von 2,7 g. Er besteht aus Zelluloid (Dichte  $1,65 \text{ g/cm}^3$ ). Bestimmen Sie (näherungsweise) seine Wandstärke.

i) Ein Holzkegel mit dem Öffnungswinkel  $\alpha = 60^\circ$  wird innen kegelförmig ausgebohrt. Wie groß muss der Radius  $r$  des Kegels sein, damit das entstehende Gefäß bei einer Wandstärke von  $d = 1,0 \text{ cm}$  ein Fassungsvermögen von 350 ml hat? Wie groß ist dann die Oberfläche des aufgebohrten Kegels?



j) Ein Oktaeder ist eine vierseitige Doppelpyramide, deren Seitenflächen allesamt gleichseitige Dreiecke sind.



Berechnen Sie die Kantenlänge eines Oktaeders mit ...

- ... einer Oberfläche von  $10 \text{ dm}^2$
- ... einem Volumen von 1,01

## 7 Lineare Gleichungssysteme

### 7.1 Lineare Gleichungssysteme lösen

Bestimmen Sie für die folgenden linearen Gleichungssysteme jeweils die Lösungsmenge.

a) 
$$\begin{aligned}x + y &= \frac{3}{4} \\x - y &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

f) 
$$\begin{aligned}4x - 3y &= 3 \\-8x + 6y &= -6\end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned}5x - 3y &= 0 \\3x - 5y &= 16\end{aligned}$$

g) 
$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\x - y + z &= -6 \\x + y - z &= 12\end{aligned}$$

c) 
$$\begin{aligned}-2x + 2y &= 7 \\3x + 4y &= 0\end{aligned}$$

d) 
$$\begin{aligned}12x - 8y &= 4 \\-15x + 10y &= -6\end{aligned}$$

h) 
$$\begin{aligned}x + 2y - 2z &= 5 \\2x - 4y - 3z &= 0 \\3x + 5y + 5z &= -8\end{aligned}$$

e) 
$$\begin{aligned}-5x + \frac{3}{4}y &= -4 \\4x - y &= 4\end{aligned}$$

### 7.2 Anwendungsaufgaben

Lösen Sie die Aufgaben jeweils durch Aufstellen eines linearen Gleichungssystems.

- a) Ein Fahrzeug fährt mit der konstanten Geschwindigkeit von 75 km/h von A nach B. Es fährt um 8:00 Uhr am Ort A los. Eine halbe Stunde später fährt ein zweites Fahrzeug mit einer Geschwindigkeit von 95 km/h ebenfalls von A nach B.

Um welche Uhrzeit und in welcher Entfernung vom Ort A wird das erste Fahrzeug eingeholt?

- b) Zwei Säurelösungen werden einmal im Verhältnis 1:4 und einmal im Verhältnis 4:1 gemischt. Es entstehen Mischungen mit einer Konzentration von 33,6 % bzw. 29,4 %. Bestimmen Sie die Konzentrationen der Ausgangslösungen.

- c) Ein Hausbesitzer vergleicht seine Jahresstromrechnung mit der des Vorjahres. Bei einem Verbrauch von 5000 kWh zur Nebenzeit und 2800 kWh zur Hauptzeit muss er einen Verbrauchspreis von 1733 Euro zahlen. Im Vorjahr waren es (bei dem gleichen Tarif) für 5400 kWh in der Nebenzeit und 3000 kWh in der Hauptzeit noch 1866 Euro gewesen.

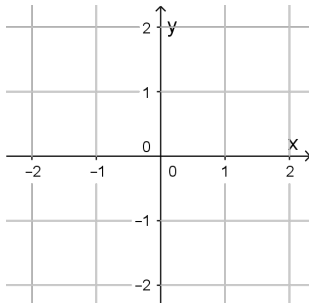
Wie groß sind die Kilowattstundenpreise zur Haupt- bzw. Nebenzeit?

## 8 Funktionen

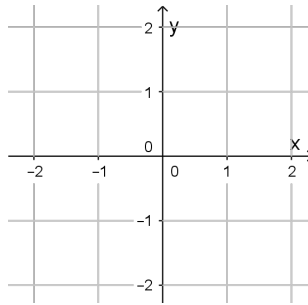
### 8.1 Koordinatensysteme

8.1.1 Skizzieren Sie die im folgenden beschriebenen Punktmengen.

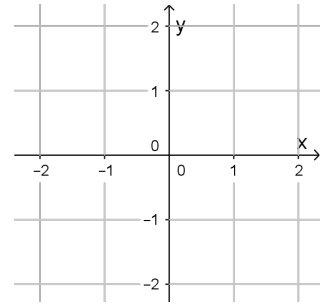
a)  $x = -1$



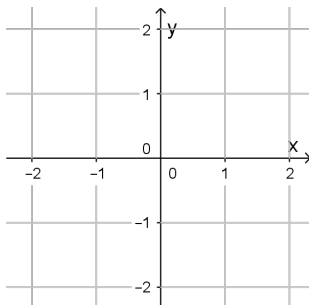
d)  $|y| \leq 1$



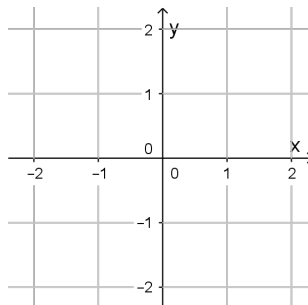
g)  $\{(x, y) \mid |x| = |y| = 1\}$



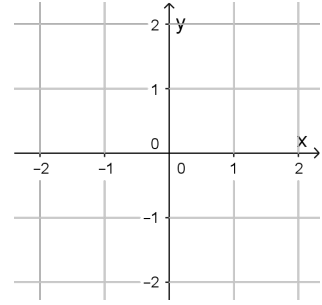
b)  $y = 0$



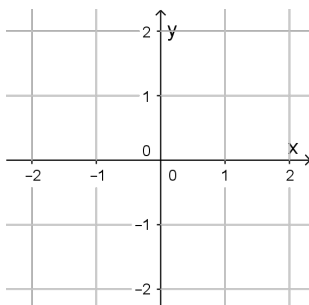
e)  $x + y = 0$



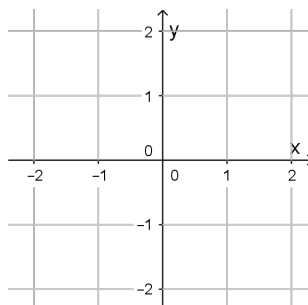
h)  $x^2 + y^2 > 2$



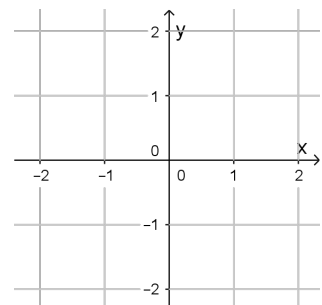
c)  $\{(x, y) \mid x < 1 \wedge y > 1\}$



f)  $x < y$



i)  $y = \frac{x}{|x|}, x \neq 0$



8.1.2 Bestimmen Sie ...

a) ... den Abstand der Punkte  $A(-23|65)$  und  $B(37|-26)$ .

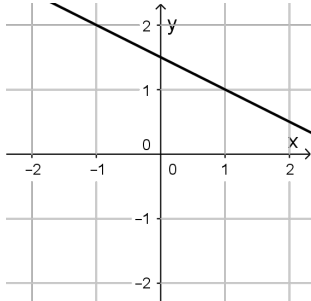
b) ... den Flächeninhalt eines Dreiecks mit den Eckpunkten  $A(117|123)$ ,  $B(125|112)$  und  $C(125|123)$ .

c) ... den Flächeninhalt eines Vierecks mit den Eckpunkten  $A(-34|22)$ ,  $B(-33|19)$ ,  $C(-28|23)$  und  $D(-30|24)$ .

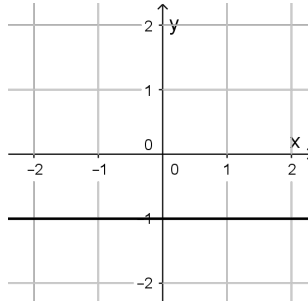
## 8.2 Lineare Funktionen

8.2.1 Geben Sie jeweils die Geradengleichung an.

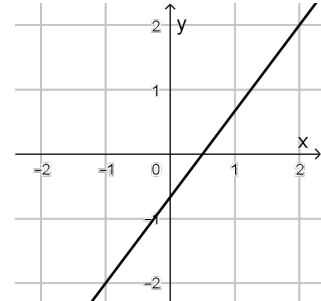
a)  $y = \dots$



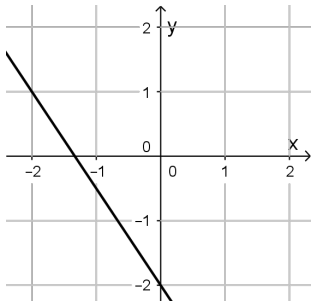
c)  $y = \dots$



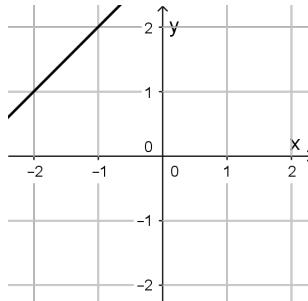
e)  $y = \dots$



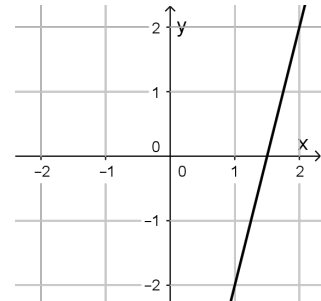
b)  $y = \dots$



d)  $y = \dots$

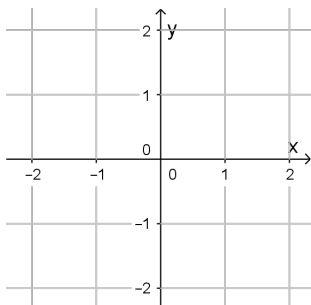


f)  $y = \dots$

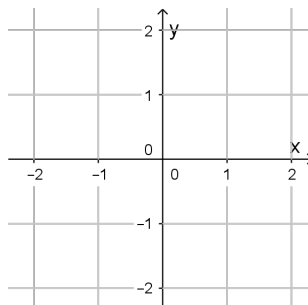


8.2.2 Zeichnen Sie jeweils die Gerade ein.

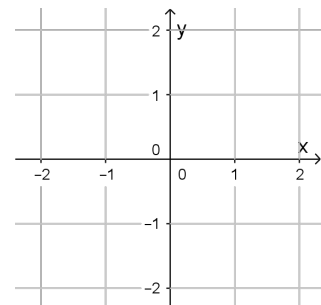
a)  $y = 1 - x$



b)  $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$



c)  $y = -3x - 5$





**8.2.3** Bestimmen Sie jeweils die Geradengleichung.

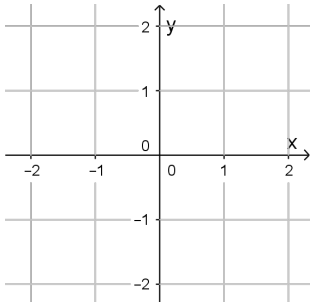
- a) Die Gerade verläuft durch die Punkte  $A(12|12)$  und  $B(-4|-8)$ .
- b) Die Gerade hat eine Nullstelle bei  $x = -2$  und steht senkrecht auf der Geraden mit der Gleichung  $y = \frac{2}{3}x + 5$ .
- c) Die Gerade verläuft durch die Punkte  $A(-35|-2)$  und  $B(-7|10)$ .
- d) Die Gerade schneidet die Abszissenachse bei  $x = 11$  und die Ordinatenachse bei  $y = 7$ .
- e) Die Gerade verläuft in einem Abstand von  $d = \frac{3}{2}$  parallel zur Geraden mit der Gleichung  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$ .
- f) Die Gerade hat einen Steigungswinkel von  $30^\circ$  und verläuft durch den Punkt  $P(2\sqrt{3}|1)$ .

**8.2.4** Bestimmen Sie den Abstand des Punktes  $A(7|19)$  von der Geraden  $y = \frac{5}{12}x + 2$ .

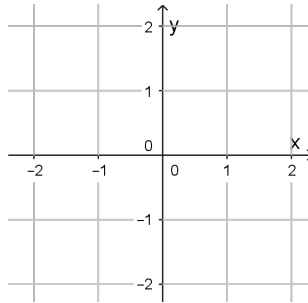
### 8.3 Quadratische Funktionen

#### 8.3.1 Skizzieren Sie die Graphen der quadratischen Funktionen.

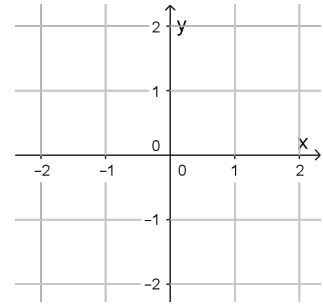
a)  $f(x) = -x^2 + 1$



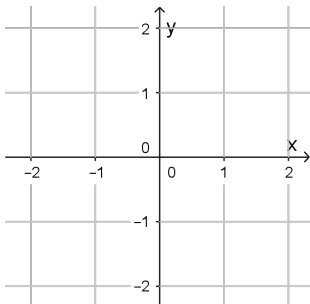
c)  $f(x) = (x - 1)^2 - 1$



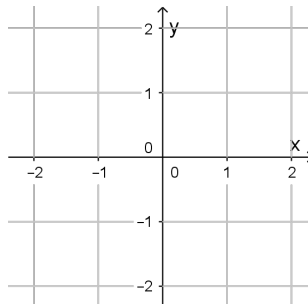
e)  $f(x) = -(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$



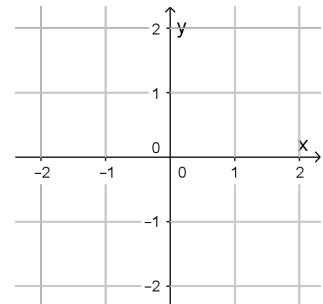
b)  $y = -(x + 1)^2$



d)  $f(x) = (x + 2)(x + 1)$

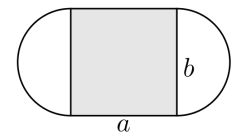


f)  $f(x) = x^2 + 2x + 2$

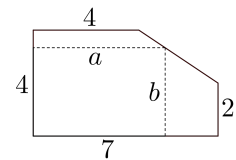


#### 8.3.2 Anwendungen

- a) Ein Sportplatz hat die Form eines Rechtecks mit zwei angesetzten Halbkreisen. Die umlaufende Laufbahn hat eine Länge von 400 m. Wie müssen die Seitenlängen  $a$  und  $b$  des rechteckigen Spielfeldes gewählt werden, damit dessen Flächeninhalt maximal wird?



- b) Aus einem fünfeckigen Werkstück soll eine rechteckige Platte geschnitten werden. Wie sind deren Seitenlängen  $a$  und  $b$  zu wählen, damit die Platte größtmöglichen Flächeninhalt hat?



## **Impressum**

Autor: Stephan Bach

Herausgegeben durch: Teilprojekt der OTH Amberg-Weiden aus dem Verbundprojekt „OTH mind“ mit der OTH Regensburg des Bund-Länder-Wettbewerbs „Aufstieg durch Bildung: offene Hochschulen“

Kontakt: Hetzenrichter Weg 15, 92637 Weiden in der Oberpfalz  
othmind@oth-aw.de  
[www.oth-aw.de/oth-mind](http://www.oth-aw.de/oth-mind)

Copyright: Vervielfachung oder Nachdruck auch auszugsweise zur Veröffentlichung durch Dritte nur mit ausdrücklicher Zustimmung der Herausgeber/innen.

Hinweis: Diese Publikation wurde im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) geförderten Bund-Länder-Wettbewerbs „Aufstieg durch Bildung: offene Hochschulen“ erstellt. Die in dieser Publikation dargelegten Inhalte liegen in der alleinigen Verantwortung des Autors.